

岩石剪切断裂面接触算法的开发与应用

马秋峰, 秦跃平, 周天白, 杨小彬

(中国矿业大学(北京) 应急管理与安全工程学院, 北京, 100083)

摘 要: 为了克服现有数值计算方法在计算复杂断裂面接触滑移过程中效率低的问题, 通过吸收边界元的建模思想, 提出了新的数值计算方法。在该算法中, 所有网格均位于岩块的边界, 利用显示差分方法计算得到岩块之间的相互作用力以及岩块的位移量。利用“小球在抛物面上滑移”、“哑铃在不同倾角的斜面上”两个模拟试验对文中的算法进行验证, 同时利用文中算法与有限元算法对直剪试验进行模拟。结果表明: 算法能够准确描述物体之间的相互接触, 准确计算得到接触块体之间的法向位移。算法能够准确判断出接触物体的“滑移状态”和“稳定状态”, 摩擦力的数值计算结果与解析解的误差小于 10^{-10} 。在计算断裂面接触和剪应力变化规律时, 算法与有限元算法的计算结果一致, 但文中计算方法的效率显著提高。

关 键 字: 岩石力学; 接触; 断裂面; 滑移; 显示差分; 数值模拟

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2020) 03-1074-12

Development and application of contact algorithms for rock shear fracture surface

MA Qiu-feng, QIN Yue-ping, ZHOU Tian-bai, YANG Xiao-bin

(School of Emergency Management and Safety Engineering, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China)

Abstract: In order to overcome the inefficiency of existing numerical calculation programs in calculating the contact slip law of complex fracture surfaces, a new numerical calculation method was proposed by absorbing the idea of boundary element method. In this algorithm, all grids were located at the boundary of rock blocks, and the interaction force between rock blocks and the displacement of rock blocks were calculated by using the explicit difference method. The algorithm was validated by two simulation experiments, i. e. the ball sliding on the parabolic surface and the dumbbell sliding on the inclined surface with different inclinations. The results show that: the algorithm can accurately describe the contact between objects and accurately calculate the normal displacement between blocks. The algorithm can accurately judge the "sliding state" and "stable state" of the object. The error between the numerical and analytical results of friction force is less than 10^{-10} . When calculating the variation of bearing capacity during slip of fracture surface, the calculation results of the new method are consistent with those of the finite element method, but the calculation efficiency of the new method is significantly improved.

Keywords: rock mechanics; contact; fracture surface; slip; explicit difference; numerical simulation

1 引 言

地下开采过程中, 巷道及采场空间的围岩往往处于峰后应力状态, 并具有一定的承载能力。此时岩石内部存在大量的剪切断裂面。断裂面的存在严重影响到巷道的变形与稳定性, 因此, 对于岩石剪切断裂面的研究具有重要的意义。

一方面从连续的角度入手, 将破裂后的岩石视为连续介质, 研究过程中仅考虑断裂面对宏观强度

的影响, 而忽略断裂面的结构与形态规律。Chen 等^[1]对北山深部花岗岩进行试验分析, 提出了塑性-损伤耦合的本构模型。赵星光等^[2]采用 MTS815 岩石力学试验机和声发射监测系统, 对北山地区深部花岗岩的损伤和扩容特性进行研究, 揭示其破裂演化机制。Ashutosh^[3]基于 RQD(rock quality designation)和主应力对岩体本构的影响, 提出适用于岩体的本构模型。Wang 等^[4]在 Drucker-Prager 准则基础上, 提出了统计性的损伤软化模型, 用于表征岩石宏观

的软化现象。Taheri 等^[5]提出了一种数值模型来计算循环加、卸载条件下三轴压缩时的本构关系。Mihai 等^[6]提出了用于描述钢筋混凝土的塑性-损伤模型, 通过试验验证了该模型在峰后的适用性。Li 等^[7]采用统计学的方法来描述岩石在峰后宏观尺度的损伤效应, 建立损伤模型, 并通过多组大理石的常三轴压缩试验验证了所提出的模型。

上述方法对计算井下各类工程中的应力场具有一定的优势, 然而随着开采深度的增大, 动力灾害近年来频频发生, 岩石动力现象发生过程中必然伴随着断裂面的滑移与失稳, 为了更加清楚地认识此类动力现象, 必须要对岩石断裂面滑移过程进行更加深入地研究, 有必要从非连续介质的角度研究岩石剪切断裂面对强度规律的影响。Bardet^[8]基于岩石峰后剪切带破裂角度的试验结果, 提出了峰后局部化准则的概念。Papon 等^[9]对岩石剪切破坏带进行试验分析, 提出了受应变历史影响的力学模型。王金安等^[10]利用分形理论分析了岩石断裂表面的尺度效应。谢和平等^[11]进行了岩石断裂和破碎的分形研究。易顺民等^[12]对岩石脆性断裂断口的分形特征进行了研究。陈翔等^[13]基于 GIS 三维统计的膏溶角砾岩断口几何特性研究, 提出分维可以作为岩石断口几何形态定量描述的参数之一。宋朝阳等^[14]对饱和水弱胶结砂岩剪切断裂面形貌特征及破坏机制进行了分析。Tang 等^[15]给出了一种含节理岩石的强度评价方法。Kling 等^[16]给出了大理石断裂面的数值模拟计算方法。严成增等^[17]论述了三维有限元/离散元(FEM/DEM)中基于势的接触力, 在原有三维 FEM/DEM 中加入经典的库仑摩擦理论, 很好地解决了原有的三维 FEM/DEM 中并未考虑摩擦力作用的这一问题。

目前, 现有研究认为岩石剪切断裂面上存在大量的凹凸体, 结构相对复杂。然而, 目前仍没有一套较为完善的数值计算方法用于分析复杂岩石断裂面之间的接触以及摩擦规律。从现有的数值计算软件来看, Itasca 公司旗下的 FLAC^{3D} 和 3DEC 对于模拟大型采场具有明显的优势, 尽管在模拟软件中添加了接触面的模块用于分析岩块之间的接触关系, 然而上述程序的接触面仅仅是适用于宏观岩体大型的节理面, 而并非针对岩石的断裂面。PFC 颗粒流软件为分析细观颗粒材料提供了依据, 尽管该软件的计算基础也是基岩接触理论, 然而该软件的接触常采用小球之间的接触, 或者是小球材料组合成的块体间接触, 岩石断裂面的形态与小球颗粒相差甚远, 同时将小球视为刚体, 不能准确描述岩石断裂

面的磨损现象。目前其他常用的商业数值计算软件, 例如 ANSYS、ABAQUS 通常需要划分大量网格用于计算岩石内部的应力场分布, 增大了计算量。

针对目前数值计算软件的不足, 本文将提出一种适用于岩石复杂剪切断裂面接触规律的计算方法。在该方法中, 网格划分全部应用在岩块的边界上, 通过显示差分算法, 计算块体与块体之间的相互作用力以及块体的位移量。本文内容主要分为 5 个部分: ①阐述了本文数值计算方法的基本假定。②进一步给出了数值计算流程与基本公式。③对数值计算方法进行验证, 给出了两个实例用于验证本文算法的合理性。④对本文算法进行应用, 与有限元算法进行效率方面的比较。⑤最后给出了一个讨论和本文的主要结论。

2 基本假定

2.1 计算过程中的基本假定

(1) 刚体假定。岩石一旦产生剪切断裂面后, 岩石中的变形很大程度上受到断裂面的影响, 因此, 在计算断裂岩块之间的接触滑移过程中忽略岩块自身的变形, 在接触滑移过程中将岩块假设为刚体。

(2) 点接触假定。一旦剪切断裂面产生相对滑移后, 断裂面之间在宏观上将视为点接触。接触后的基本效应是在接触点位置产生了相互作用力, 因此, 岩块之间将通过传递力的方式进行相互作用。

(3) 微观可重叠假定。基于第 2 条假定, 在宏观上接触视为点接触, 而在微观角度, 假设接触点处接触体之间的轮廓允许产生一定量重叠。

(4) 假设接触体之间满足库仑摩擦准则。假设凹凸体之间的剪切力与法向接触力之间满足库仑摩擦准则。

2.2 计算对象

将岩块视为刚体岩块, 内部无需划分网格, 仅仅利用边界离散点来定义岩块的边界。图 1 为岩块节点及网格的示意图。图中岩块在空间中的位置利

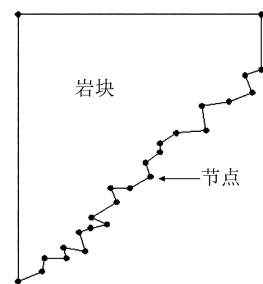


图1 岩块节点与网格的示意图

Fig.1 Diagram of rock block nodes and meshes

用节点来表示。当节点数量足够多时,能够逐渐逼近岩石断裂面的真实形态。

3 数值计算的流程与基本公式

本文算法的基本流程如图 2 中所示,利用接触检测得到法向位移与切向位移。通过本构关系得到新的受力。岩块受力后,利用运动方程得到岩块的运动速度。每完成一次循环称为一个时间步。在每个计算步中,在计算块体间的作用力时,暂时假定位移是固定的。同样,在计算速度过程中,暂时假定力是不变的。尽管实际并非如此,但当时间间隔非常小时,当经过多次循环后,计算结果将会逐渐逼近实际情况。

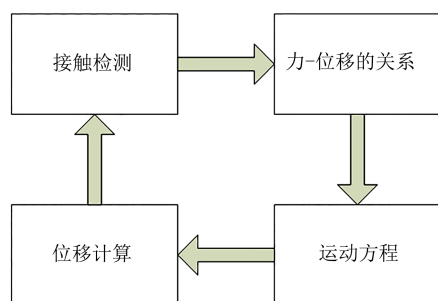


图 2 算法的基本流程图

Fig.2 Basic flow chart of the algorithm

下文将对图 2 中的计算流程进行详细的阐述。

3.1 接触判断

3.1.1 重叠体积的计算

两个岩块在空间中产生相互接触,如图 3(a)所示。图中为两个岩块接触后接触区域的局部放大图。根据假设 (3),从微观的角度来看,认为岩块 1 与岩块 2 在空间上产生了一定量的重叠。重叠体积的计算步骤如下:

(1) 重叠交界线的确定。首先根据凸起表面的空间坐标确定交界线。其中,交界线是指两个岩块重叠区域的外轮廓,如图 3(b)中“交界线”所指示的曲线。

(2) 侵入节点的确定。通过空间位置的判断程序,能够确定岩块 1 中侵入到岩块 2 中的节点。同理,能够确定岩块 2 侵入到岩块 1 中的节点。

(3) 根据交界线和侵入点,确定重叠区域的体积,如图 3(c)所示(为了视图效果,图中仅仅绘制了一部分节点)。从图中可以看出,重叠区域是一个由节点组成的多面体,对于多面体体积 V_{cont} 的计算参见解析几何的相关教材,在此不再赘述。

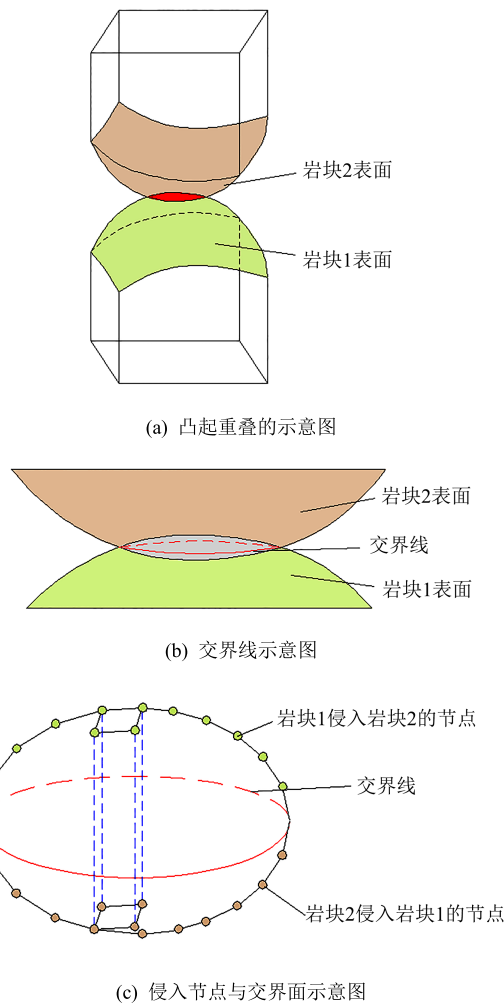


图 3 岩块重叠体积的计算示意图

Fig.3 Schematic diagram for calculating overlapping volume of rock blocks

3.1.2 接触方向

岩块在空间上产生了一定的重叠体积,此时认为产生了接触。由于接触区域从宏观来看非常小,因此假设接触力的法向方向垂直于交界线构成的平面。同时,切向方向则平行于交界线所构成平面。

3.1.3 切向位移量

当两个岩块产生接触后,设岩块 1 产生的位移增量为 ΔU_1 (矢量),岩块 2 产生的位移增量为 ΔU_2 (矢量),两者之间的相对位移增量为 $\Delta u = \Delta U_1 - \Delta U_2$,因此得到接触后的切向位移量增量 Δs 为

$$\Delta s = \Delta u \cdot e_s \quad (1)$$

式中: e_s 为切向方向的单位向量。

3.2 本构关系

3.2.1 法向力

接触后法向力的计算采用文献[18-19]中的接触模型,即法向力 F_n 正比于重叠体积,即

$$F_n = K_n V_{\text{cont}} \quad (2)$$

式中： K_n 为法向刚度，表示单位重叠体积产生的法向接触力，为材料常数。

3.2.2 切向力

切向力的计算采用 Cundall 在文献[20]中关于刚性小球的线性接触模型，认为切向力增量 ΔF_s 正比于切向位移增量 Δs ：

$$\Delta F_s = K_s \Delta s \quad (3)$$

式中： K_s 为切向刚度，为材料常数。切向力的大小还应满足库仑摩擦定律。当接触法向力为 F_n 时，切向力的最大值 $F_s^{\max}$ 应为

$$F_s^{\max} = \mu F_n \quad (4)$$

式中： μ 为摩擦系数。

此时切向力 F_s 为

$$F_s = \begin{cases} K_s \sum \Delta s & K_s \sum \Delta s < F_s^{\max} \\ F_s^{\max} & K_s \sum \Delta s \geq F_s^{\max} \end{cases} \quad (5)$$

3.3 运动方程

岩块的运动分为：平移和转动。对于平移运动方程应满足牛顿第二定律，即

$$\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{x}} \quad (6)$$

式中： $\mathbf{F}$ 为岩块所受的合力； m 为质量； $\ddot{\mathbf{x}}$ 为岩块运动的加速度。其中岩块所受的合力 $\mathbf{F}$ 应等于自身的重力 $\mathbf{G}$ 加上接触产生的法向力 $\mathbf{F}_n$ 和切向力 $\mathbf{F}_s$ ，即

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} + \sum_{i=1}^n (\mathbf{F}_n + \mathbf{F}_s) \quad (7)$$

式中： n 表示该岩块总共有 n 个点发生了接触。

$$\mathbf{F}_n = F_n \mathbf{e}_n, \mathbf{F}_s = F_s \mathbf{e}_s \quad (8)$$

式中： $\mathbf{e}_n$ 为法向方向的单位向量。

转动的基本方程如下：

$$\mathbf{M} = I\ddot{\boldsymbol{\omega}} \quad (9)$$

式中： $\mathbf{M}$ 为刚体所有力在某点产生的力矩之和，过该点且垂直于平面的轴为 z 轴； I 为转动惯量； $\ddot{\boldsymbol{\omega}}$ 为关于 z 轴的角加速度。

本文在计算力矩 $\mathbf{M}$ 时采用岩块的重心作为转动点，即

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^n (\mathbf{F}_n^i \times \mathbf{R}^i + \mathbf{F}_s^i \times \mathbf{R}^i) \quad (10)$$

式中： $\mathbf{R}^i$ 为接触点到重心的矢量； $\mathbf{F}_n^i$ 、 $\mathbf{F}_s^i$ 分别为第 i 个接触点产生的法向力与切向力。

3.4 位移计算

在位移计算过程中，刚体新的平移速度矢量设为 $\dot{\mathbf{x}}^{\text{new}}$ ，上一时刻的速度设为 $\dot{\mathbf{x}}^{\text{old}}$ ，新旧速度之间的关系为

$$\dot{\mathbf{x}}^{\text{new}} = \dot{\mathbf{x}}^{\text{old}} + \ddot{\mathbf{x}}\Delta t \quad (11)$$

式中： Δt 为时间步长。

同理，新的角速度 $\boldsymbol{\omega}^{\text{new}}$ 与老的角速度 $\boldsymbol{\omega}^{\text{old}}$ 的关系为

$$\boldsymbol{\omega}^{\text{new}} = \boldsymbol{\omega}^{\text{old}} + \dot{\boldsymbol{\omega}}\Delta t \quad (12)$$

根据平移速度和角速度能够计算出 Δt 时间内，刚体的平移位移量 $\Delta \mathbf{x}$ 和转角增量 $\Delta \theta$ 分别为

$$\Delta \mathbf{x} = \dot{\mathbf{x}}^{\text{new}} \Delta t \quad (13)$$

$$\Delta \theta = \boldsymbol{\omega}^{\text{new}} \Delta t \quad (14)$$

3.5 计算流程

如图2中所示，接触判断后根据本构关系计算出刚体的受力，利用运动方程计算出平移加速度和转动角加速度，进而计算出速度和角速度，进一步得到平移量和转角，更新刚体的位移后，再次进行接触判断，不断进行循环，最终实现平衡。

在此过程中，为了减少平衡时间，引入阻尼的概念。假设阻尼产生的阻力与速度和角速度成正比，因此在实际运算过程中式(6)、(9)通常采用如下公式来代替：

$$\mathbf{F} - \gamma \dot{\mathbf{x}} = m\ddot{\mathbf{x}} \quad (15)$$

$$\mathbf{M} - \kappa \boldsymbol{\omega} = I\ddot{\boldsymbol{\omega}} \quad (16)$$

式中： γ 和 κ 分别为速度阻尼系数和角速度阻尼系数，为两个常数。

3.6 临界时间步长的确定

尽管在差分计算过程中，时间步长 Δt 越小，系统的稳定性越好，但是过小的时间步长将会严重影响到计算效率，因此，需要确定临界时间步长 Δt_{crit} 。当时间步长 Δt 小于临界时间步长 Δt_{crit} 时，式(13)和式(14)关于平移位移量和转角增量的解是稳定解。

对于两个岩块之间的接触问题，在一个岩块固定，另一个岩块滑动的模拟过程中，Bathe 等^[21]给出了系统的临界时间步长 Δt_{crit} 的表达式：

$$\Delta t_{\text{crit}} = \frac{T}{\pi} \quad (17)$$

式中: T 为系统的周期。对于单个岩块, 平移运动的系统周期 T^{tran} 表达式为

$$T^{\text{tran}} = 2\pi\sqrt{m/k_{\text{tran}}} \quad (18)$$

式中: k_{tran} 为岩块之间平移运动刚度。 k_{tran} 的确定参见文献[22]。

对于单个岩块, 旋转运动的系统周期 T^{rot} 表达式为

$$T^{\text{rot}} = 2\pi\sqrt{I/k_{\text{rot}}} \quad (19)$$

式中: k_{rot} 为岩块之间的刚度。

式 (18)、(19) 代入式 (17) 后能够得到两个临界时间步长, 其中平移临界时间步为 $\Delta t_{\text{crit}}^{\text{tran}} = 2\sqrt{m/k_{\text{tran}}}$, 转动临界时间步为 $\Delta t_{\text{crit}}^{\text{rot}} = 2\sqrt{I/k_{\text{rot}}}$, 最终得到系统的临界时间步长 Δt_{crit} 为

$$\Delta t_{\text{crit}} = \min(\Delta t_{\text{crit}}^{\text{tran}}, \Delta t_{\text{crit}}^{\text{rot}}) \quad (20)$$

4 算法的验证

本章对上文中的算法进行了编程, 为了验证上文接触算法的合理性, 将分别采用两个实例进行验证。在 3.1 节中, 将对算法编程的过程进行介绍。在 3.2 节中给出“小球在抛物面滑落”的实例, 用于验证算法对实际物体间接触效果, 同时验证算法对法向位移的计算精度。在 3.3 节给出了“哑铃在倾斜面上”的实例, 用于验证算法对摩擦力的计算精度, 以及算法能否准确判断出接触物体的“稳定状态”和“滑移状态”。

4.1 数值程序的开发

利用 MATLAB 软件进行编程, 程序主要分为 3 部分: 第 1 部分为初始化变量, 第 2 部分为循环计算程序, 第 3 部分为数据存储部分。初始化变量主要包括: 接触体的外部轮廓数据、材料参数和边界条件。循环计算程序主要包括图 2 中的 4 个部分。数据存储主要存储计算过程中的位移量、接触力大小与方向、接触点的位置和不平衡力。其中不平衡力是判断是否达到静态的重要依据。在主程序外, 开发了可视化程序, 用于展示对象的空间位置和接触情况。

4.2 验证实例 1 “小球在抛物面滑落”

4.2.1 实例简介

在空间中构建一个抛物面, 如图 4 中所示, 在抛物面上方一定高度放置一个小球, 小球仅仅受到重力, 设为 10^5 N , 假设抛物面是绝对光滑的, 小球在滑动过程中受到空气的阻力, 阻力的大小与速度

成正比, 阻尼系数假设为 10^4 Ns/m 。假设抛物面坐标为 $y = 0.1x^2$, 小球与抛物面的初始接触点在 (10 m, 10 m) 位置, 小球半径 $R = 1 \text{ m}$ 。

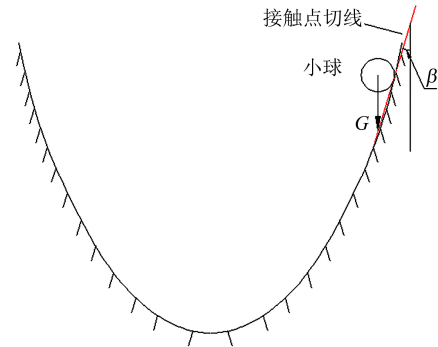


图 4 小球滑落的示意图
Fig.4 Sketch of the ball slipping

本实例的探究问题: ①探究小球滑落过程中随时间的运动轨迹。②探究小球停止后, 小球与抛物面的重叠体积。

理论上, 小球最终接触点将静止在抛物面的中心位置, 同时小球与抛物面的重叠体积将等于小球的重力除以法向刚度。本实例的目的是通过观测小球的滑移轨迹, 验证本文算法是否能够实现实际接触效果, 同时验证本文算法对法向位移的计算精度。

根据达朗贝尔原理得到小球的平衡方程为

$$mg + F_n e_n - k_d \dot{x} + m \frac{(\dot{x} \cdot e_t)^2}{R} e_n - m \ddot{x} = 0 \quad (21)$$

式中: mg 为小球的重力; g 为重力加速度; $-k_d \dot{x}$ 为阻尼产生的力; $m(\dot{x} \cdot e_t)^2 e_n / R$ 为小球滑动过程中离心力的反作用力; e_t 为接触点切向方向的单位向量; $m \ddot{x}$ 为加速度与质量的乘积; $F_n e_n$ 为因小球重力而受到抛物面的反作用力。其中, F_n 的表达式为

$$F_n = |mg| \sin \beta \quad (22)$$

式中: β 为接触点切线与垂直方向的夹角。

在给定初始边界条件的基础上, 能够得到微分方程 (式 (21)) 的解, 即能够计算得到小球在滑动过程中小球接触点坐标的理论解。其中初始条件为

$$x_{\text{ini}} = [10, 10], \dot{x}_{\text{ini}} = [0, 0] \quad (23)$$

4.2.2 数值计算结果

图 5 给出了小球滑动过程中, 接触点的 x 坐标值, 图中横坐标表示实际的时间。图 6 中给出了小球的 y 坐标值。其中红色线 (虚线) 为理论解 (参见式 (21)、(23)), 蓝色线 (实线) 为数值模拟的

计算结果。

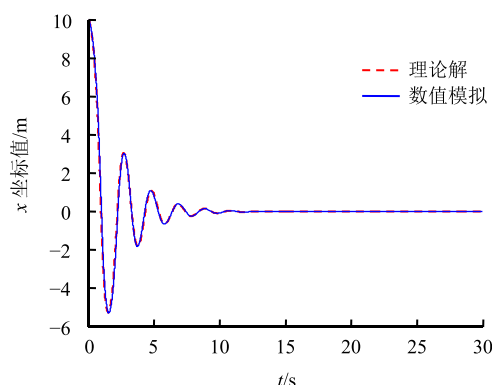


图5 小球接触点的 x 坐标值

Fig.5 x -coordinate values of contact points of spheres

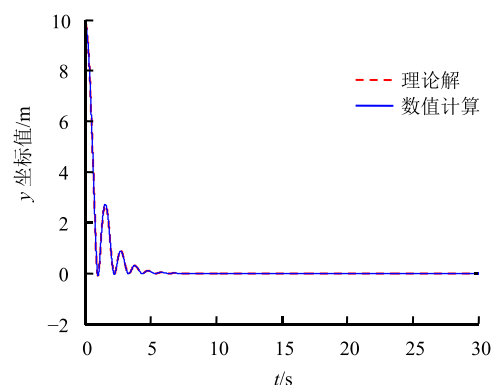


图6 小球接触点的 y 坐标值

Fig.6 y -coordinate values of contact points of spheres

从计算结果中可以看出, 小球沿着右侧抛物面落下。由于惯性, 小球能够滑过抛物面中心位置, 来到抛物面左侧, 阻尼的存在使小球经过多次震荡后, 最终静止在抛物面的最低位置。数值模拟计算结果与理论计算结果一致, 在图 5、6 中曲线几乎是重合的。计算结果表明, 本文算法能够准确识别由节点表示的物体轮廓, 能够准确反映出物体间的接触作用。

当小球静止后, 小球的球心 y 坐标为: 0.990 345 m, 并非半径 1 m, 这说明小球有抛物面产生了一定量的重叠。经过计算, 小球球心 y 坐标的理论解为: 0.990 331 m, 数值计算结果的误差为 1.4×10^{-5} m (小球和抛物面网格的划分同样影响到该计算精度)。计算结果表明: 本文算法能够较为精确的计算接触面积, 同时计算得到精确的法向位移。

4.3 验证实例 2 “斜面上的哑铃”

4.3.1 实例简介

如图 7 所示, 在一个倾斜面上, 存在一个哑铃,

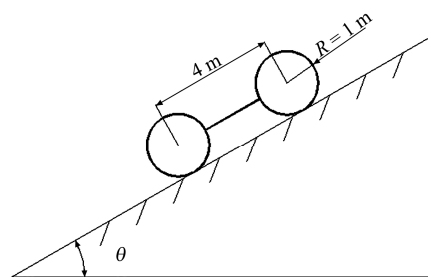


图7 哑铃在倾斜面的示意图

Fig.7 Diagram of dumbbells on inclined plane

斜面与水平方向的夹角为 θ , 两个圆的半径为 1 m, 两个圆心的距离为 4 m。设哑铃与平面的摩擦系数为 0.5, 哑铃仅仅受到重力 $G = 10^5$ N。

本实例的探究问题: ①当夹角 $\theta <$ 摩擦角时, 探究哑铃与倾斜面之间摩擦力的数值计算结果与理论解之间的误差。②采用不同 θ 时, 探究本文算法能否准确判断出“滑移”与“稳定”的状态。

4.3.2 理论解分析

哑铃的受力图如图 8 中所示, 规定坐标轴后, 建立力和力矩平衡方程。在 x 方向, 两个小球受到的摩擦力分别为 f_1 和 f_2 , 即

$$f_1 + f_2 - G \sin \theta = 0 \quad (24)$$

在 y 方向, 小球受到的法向力分别为 N_1 、 N_2 , 得到:

$$N_1 + N_2 - G \cos \theta = 0 \quad (25)$$

力矩平衡方程 M_{P_1} :

$$M_{P_1} = N_2 l - G d_1 = 0 \quad \text{得到: } N_2 = \frac{G d_1}{l} \quad (26)$$

式中: l 为球心之间的距离, 此处 $l = 4$ m; d_1 为重力 G 相对于 P_1 的力臂。

力矩平衡方程 M_{P_2} :

$$M_{P_2} = N_1 l - G d_2 \quad \text{得到: } N_1 = \frac{G d_2}{l} \quad (27)$$

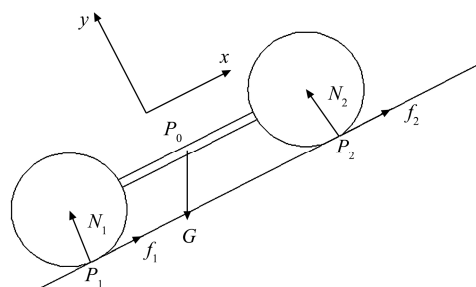


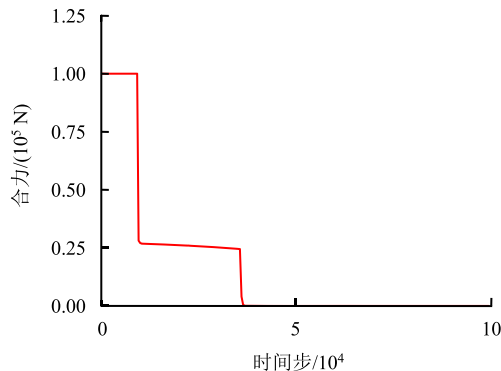
图8 哑铃的受力图

Fig.8 Force diagram of dumbbell

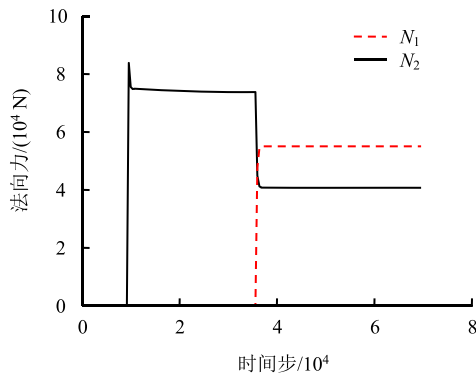
式中: d_2 为重力 G 相对于 P_2 的力臂。

4.3.3 数值计算结果

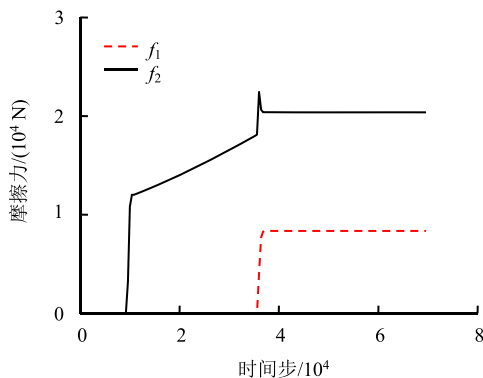
取倾斜摩擦面的正切值 $\tan \theta = 0.3$, 进行数值计算。计算过程中不平衡-时间步的关系如图 9(a) 所示, 最终不平衡力趋近于 0, 说明哑铃最终达到了静态。绘制计算过程中, 两个小球分别受到的正应力的大小, 如图 9(b) 所示。根据式 (19)、(20), 法向力的理论解为: $N_1 = 5.5075 \times 10^4 \text{ N}$ 、 $N_2 = 4.0707 \times 10^4 \text{ N}$ 。数值模拟结果为: $N_1 = 5.5029 \times 10^4 \text{ N}$ 、 $N_2 = 4.0753 \times 10^4 \text{ N}$, 最大误差为 0.11%。绘制计算过程



(a) 计算过程中的不平衡力



(b) 计算过程中的法向力



(c) 计算过程中的摩擦力

图 9 $\tan \theta = 0.3$ 时数值模拟计算过程中的受力图
Fig.9 Force diagrams in numerical simulation when $\tan \theta = 0.3$

中摩擦力如图 9(c) 所示。根据式 (24), 摩擦力之和的理论解为 $2.8735 \times 10^4 \text{ N}$, 数值模拟计算的结果为: $2.8735 \times 10^4 \text{ N}$, 利用小数点后 16 数据经过计算误差为 2.2×10^{-11} 。

4.3.4 不同倾角的滑动结果

取倾斜摩擦面的正切值 $\tan \theta$ 分别为 0.40、0.48、0.52 和 0.60 进行哑铃的摩擦试验, 摩擦系数仍为 0.5。4 种不同倾角条件下, 绘制哑铃的运动轨迹, 如图 10 所示。在数值计算过程中, $\tan \theta = 0.40$ 、0.48 时, 最终的不平衡力趋近于 0, 而 $\tan \theta = 0.52$ 时, 不平衡力稳定在 1 774 N; $\tan \theta = 0.6$ 时, 不平衡力稳定在 8 574 N。这说明 $\tan \theta = 0.40$ 、0.48 时哑铃最终静止在倾向摩擦面上, 而 $\tan \theta = 0.52$ 、0.60 时, 哑铃不断向下滑移, 未能达到静止状态, 而是处于不断的滑动状态。模拟结果符合实际情况, 在自重条件下, 当斜面倾角大于摩擦角时, 必然要产生滑动, 无法达到静态, 而倾斜面小于摩擦角时, 必然能达到静止状态。

通过模拟实例“斜面上的哑铃”, 数值计算结果与理论解进行对比, 结果表明, 本文算法对摩擦力的计算精度高。利用不同倾角的倾斜面进行数值模拟, 模拟结果与实际结果相符合, 表明本文算法能够对物体的稳定或滑动状态给出正确的判断。

5 算法的应用

本节将利用上文中的算法对岩石剪切断裂面的承载能力进行数值计算, 同时采用有限元算法作为参照。在 5.1 节中, 将给出边界数据的获取方法, 同时建立数值计算网格模型。在 5.2 节中, 分别利用本文算法与有限元方法进行计算, 对比两种计算方法的计算结果与计算效率。

5.1 数值计算过程

利用 3D 扫描仪对直剪试验中断裂的岩石试件进行扫描, 获取试件断裂面的表面形态。3D 扫描仪采用爱普生 Epson_E-018 双目激光扫描仪, 扫描示意图如图 11(a) 所示, 扫描后的岩石断裂面如图 11(b) 所示。将断裂面进行数值重构如图 11(c) 所示。在重构过程中, 不仅将直剪试验的断裂面进行了差值重构, 而且构建了试验过程中岩块轮廓尺寸, 即试验和数值模拟中岩块长、宽、高均为 100 mm。

根据扫描结果对断裂面基本特征进行分析, 如图 12 所示。图 12(a) 为岩石断裂面的高度等高线图, 图中 0 mm 为断裂面平均高度。对断裂面不同高度范围内的面积进行统计, 统计结果如图 12(b) 所示。从图中可以看出, 断裂面的面积大多集中在 $[-0.5 \sim$

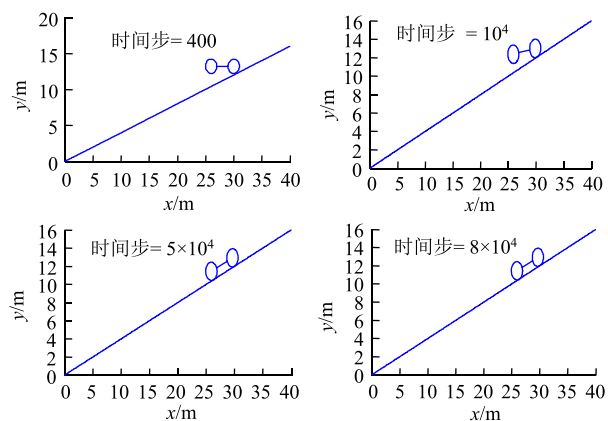
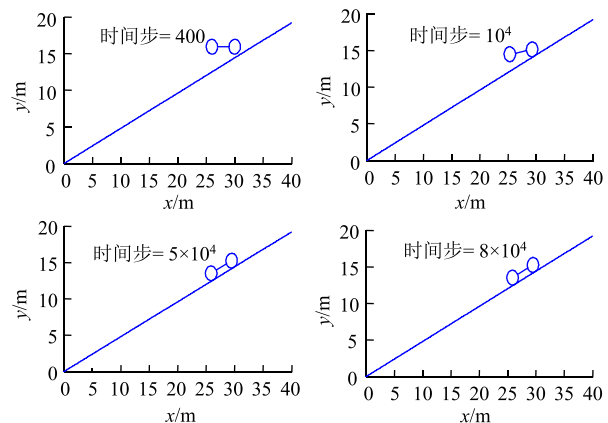
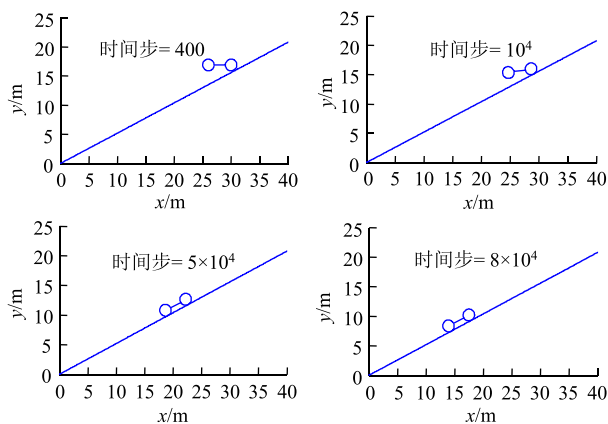
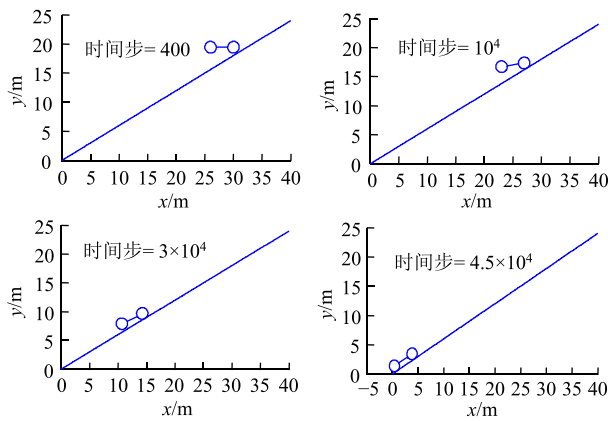
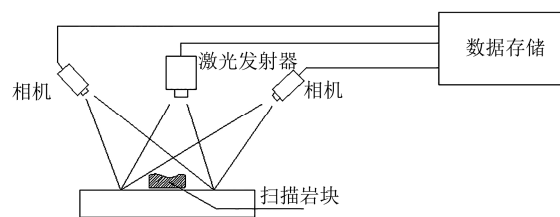
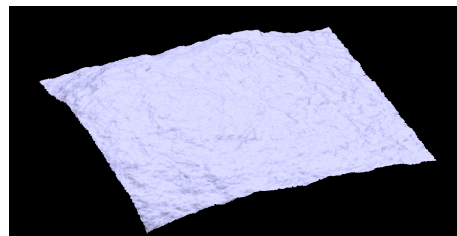
(a) $\tan\theta = 0.40$ (最终静止)(b) $\tan\theta = 0.48$ (最终静止)(c) $\tan\theta = 0.52$ (最终滑落)(d) $\tan\theta = 0.60$ (最终滑落)

图 10 不同倾角条件下计算过程中哑铃的运动轨迹

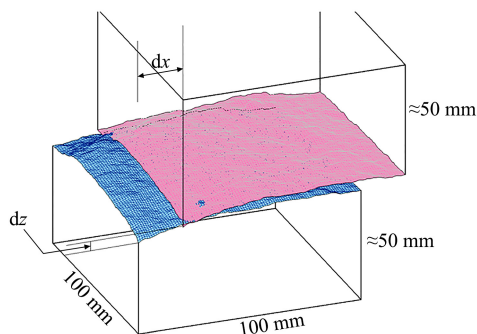
Fig.10 Motion trajectories of dumbbells in different inclination conditions



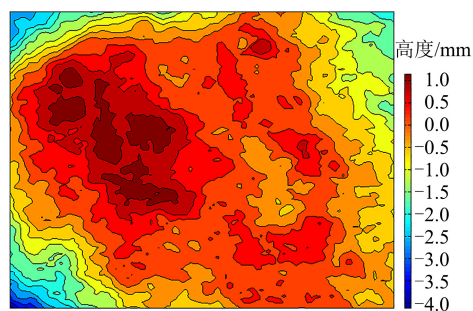
(a) 扫描设备示意图



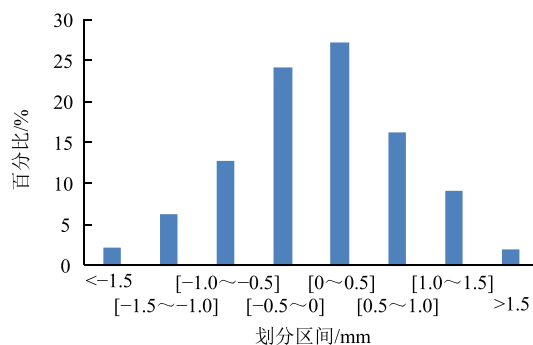
(b) 扫描结果



(c) 断裂面差值重构

图 11 岩块剪切断裂面形态的获取
Fig.11 Obtaining the shape of shear fracture surface of rock block

(a) 高度云图



(b) 高度分布柱状图

图 12 断裂面高度分布图

Fig.12 Height distribution maps of fracture surface

0.5]的范围内, 占了整个面积的 51.43%; 高于断裂面平均高度大于 1.5 mm 或低于断裂面平均高度大于 1.5 mm 的区域所占面积总和仅为 4.1%。

对断裂面沿着滑移方向的角度进行分析, 首先对凹凸体的倾角进行分类, 主要分为两类: 迎风角和背风角。其定义方式如下: 由岩块的滑移方向转动到任意一点的切向方向, 若为逆时针方向, 则称该点的倾角为迎风角; 若为顺时针方向, 则称该点的倾角为背风角。如图 13(a)所示, 滑移方向转动到 A 点处的切线方向为逆时针旋转, 则称 A 点的倾角为迎风角, 同理, B 点的倾角显然为背风角。

若规定迎风角为正值, 背风角为负值, 则迎风角的范围为: $[0^\circ \sim 90^\circ]$, 背风角的范围为: $[-90^\circ \sim 0]$ 。角度的大小即为切线方向与滑移方向的夹角。

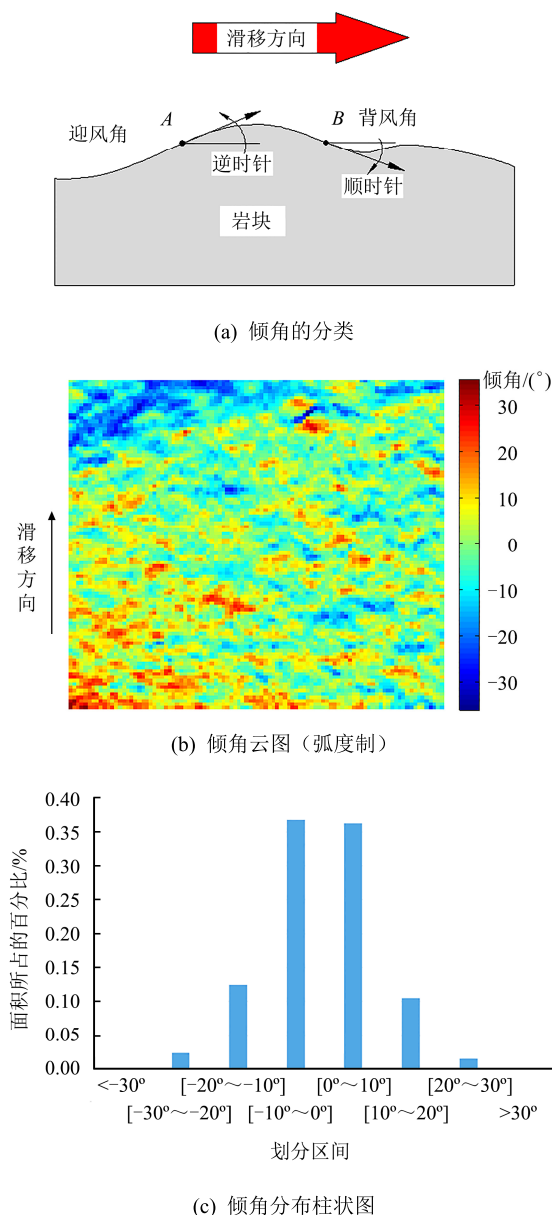


图 13 断裂面角度分布图

Fig.13 Angle distribution maps of fracture surface

如图 13(b)所示, 为断裂面倾角的分布云图, 图中浅蓝、蓝色区域表示背风角, 而黄色及红色表示迎风角。对图 13(b)中的倾角进行统计, 统计结果如图 13(c)所示。从图中可以看出越靠近 0° 面积所占的比例越大。倾角小于 -30° 所占的比例为 0, 倾角大于 30° 的比例为 0.14%。

根据断裂面形态分别建立有限元数值网格模型和本文算法的差分网格模型, 有限元计算的网格模型如图 14 所示, 图中给出了有限元方法的网格图 (下部分), 共 25×10^4 个单元、265 226 个节点, 上方岩块同样采用了相同数量的单元与节点。本文数值模拟的网格如图 11(c)所示, 图中上下表面分别由 1.028 1 万个节点组成。网格数量来看, 由于本文算法的网格均分布在岩块的边缘, 岩块内部没有设定网格, 因此, 本文算法的节点数量仅为有限元算法的 3.88%。

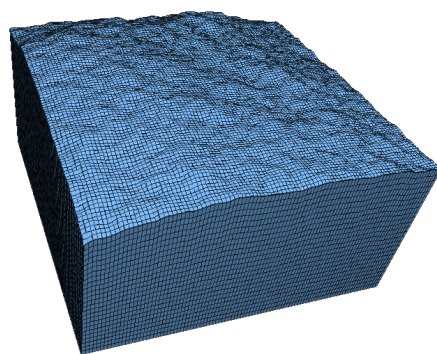


图 14 有限元算法网格模型图

Fig.14 Mesh model of finite element method

材料参数如下: 法向刚度为 $1 \times 10^{10} \text{ N/m}^3$, 切向刚度为 $0.5 \times 10^4 \text{ N/mm}$, 摩擦系数为 0.45, 在有限元计算中需要材料的弹性模量和体积模量 (材料采用弹性模型), 均假设为无穷大 (设为 $1 \times 10^{15} \text{ GPa}$)。

两种算法采用相同的边界条件与加载方式: 下端岩块固定, 上方岩块施加恒定 2 MPa 应力, 上方岩块左端施加 10^{-7} m/s 的速度。如图 11(c)所示, 岩块水平滑动的距离记为滑移量 dx 。

5.2 计算结果及分析

滑移过程中岩块承载力的计算结果如图 15 所示。图中横坐标表示上部岩块的滑动距离 dx , 纵坐标表示岩块承受的剪应力 S , 从图中可以看出两种算法的计算结果一致, 岩块在滑移过程中承载能力随着滑移量的增大先增大后减小, 这与试验规律相吻合。

分别取峰值处 (图中 A 点所示) 和残余阶段 (图中 B 点所示) 岩块的接触云图, 如图 16 所示, 其

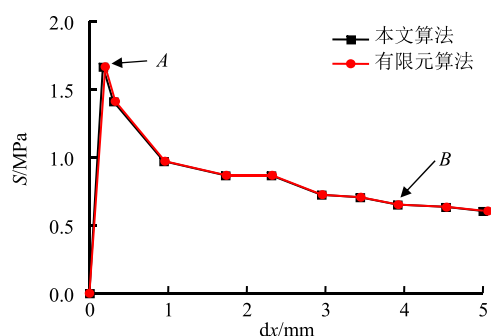
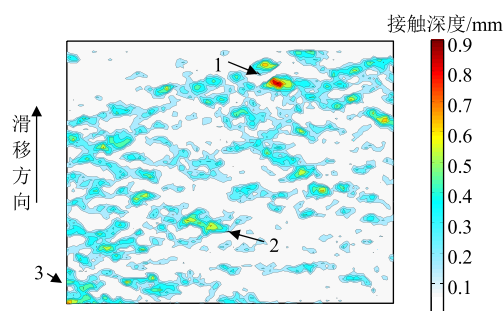
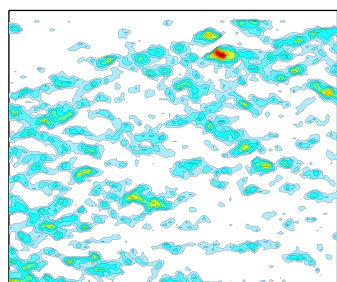


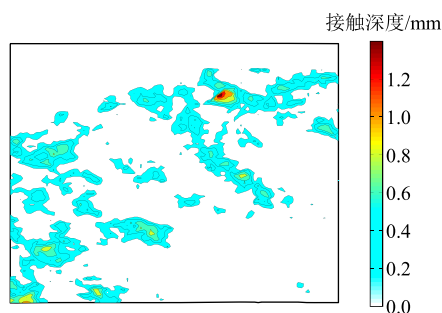
图15 岩块滑移过程中承载力随滑移量的变化图
Fig.15 Change of rock shear stress with slip



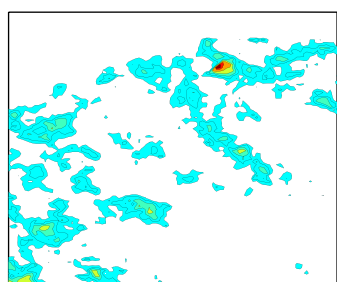
(a) A点处本文算法的接触云图



(b) A点处有限元算法的接触云图



(c) B点处本文算法的接触云图



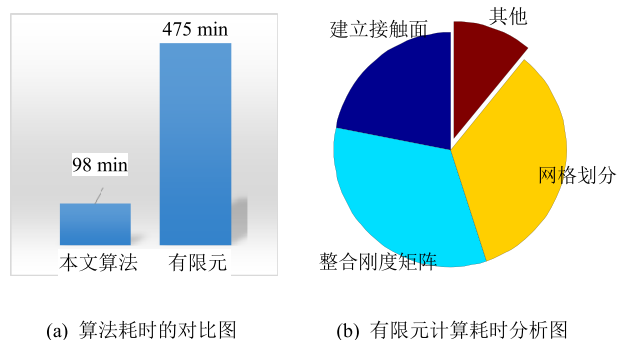
(d) B点处有限元算法的接触云图

图16 不同滑移距离条件下的接触云图 (单位: mm)
Fig.16 Contact contour with different slip distances (unit: mm)

中图 16(a)、16(b)为图 15 中 A 点所示的接触云图, 图 16(c)、16(d)为图 15 中 B 点所示的接触云图。图 16(a)、16(c)为本文算法的接触云图, 图 16(b)、16(d)为有限元算法的接触云图。从图中可以看出, 两种算法得到的接触云图完全一致。

将接触云图(见图 16(a))与断裂面倾角云图(见图 13(b))进行对比, 对比后可以看出, 接触区域与迎风角存在相关性, 迎风角较大的区域, 往往对应着较大的接触区域。如图 16(a)中 1、2 和 3 箭头所指的接触区域, 在图 13(b)中往往对应较大的迎风角, 这与文献[23-24]中的试验结果一致。

对两种算法消耗的时间进行分析, 消耗时间的对比图如图 17(a)所示, 在有限元算法中, 网格划分、接触面的设定以及刚度矩阵的整合消耗了 85% 的计算时间(如图 17(b)所示), 这说明内部网格的划分与运算以及接触面的指定是消耗计算时间主要原因。而本文算法的节点均分布在边界上, 节省了这部分时间。图 17 所示, 本文提出的新算法消耗的时间明显小于有限元算法计算消耗的时间, 这说明本文算法的效率更高。



(a) 算法耗时的对比图

(b) 有限元计算耗时分析图

图17 两种计算方法消耗时间的对比图
Fig.17 Comparisons of time consumed by two methods

6 讨论

由于重叠区域受到接触面法向刚度的影响, 在相同法向力的作用下, 不同法向刚度将影响到岩石的接触区域, 进而影响到岩石的剪应力。本小节中将利用数值模拟方法讨论法向刚度对岩石剪应力的影响。如图 18 为法向应力为 2 MPa 时, 不同法向刚度条件下岩石滑移过程中剪应力的变化图。

从图中可以看出, 随着法向刚度的增大, 剪应力逐渐增大。在残余阶段, 与峰值处的差别相比, 峰值处的差别较小, 残余阶段的较大。这说明随着滑移量的增大, 由法向刚度引起的剪应力变化逐渐增大。

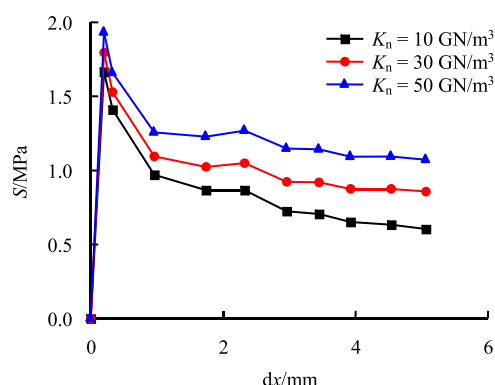


图 18 不同法向刚度条件下剪应力随滑移量的变化图

Fig.18 Variations of shear stress with slip under different normal stiffnesses

7 结 论

(1) “小球在抛物面滑落”模拟试验表明本文算法能够准确描述物体之间的相互接触，对法向位移的计算精度较高。

(2) “斜面上的哑铃”模拟试验表明本文算法能够准确判断出物体的“滑移状态”和“稳定状态”，对摩擦力的计算精度较高。

(3) 通过与有限元方法进行比较，结果表明在计算承载力的变化规律及接触规律时，两种算法的计算结果一致，但本文算法的效率更高。

参 考 文 献

- [1] CHEN L, WANG C, LIU J, et al. Damage and plastic deformation modeling of Beishan granite under compressive stress conditions[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2015, 48(4): 1623-1633.
- [2] 赵星光, 李鹏飞, 马利科, 等. 循环加、卸载条件下北山深部花岗岩损伤与扩容特性[J]. **岩石力学与工程学报**, 2014, 33(9): 1740-1748.
ZHAO Xing-guang, LI Peng-fei, MA Li-ke, et al. Damage and dilation characteristics of deep granite at Beishan under cyclic loading-unloading conditions[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(9): 1740-1748.
- [3] ASHUTOSH T. Computing in-situ strength of rock masses based upon RQD and modified joint factor: using pressure and damage sensitive constitutive relationship[J]. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, 2015, 7(5): 540-565.
- [4] WANG Z, LI Y, WANG J G. A damage-softening statistical constitutive model considering rock residual strength[J]. **Computers & Geosciences**, 2007, 33(1): 1-9.
- [5] TAHERI A, TATSUOKA F. A new method to simulate stress-strain relations from multiple-step loading triaxial compression test results[J]. **Geotechnical Testing Journal**, 2013, 36(6): 799-810.
- [6] MIHAI I, JEFFERSON A, LYONS P. A plastic-damage constitutive model for the finite element analysis of fibre reinforced concrete[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2016, 159: 35-62.
- [7] LI X, CAO W G, SU Y H. A statistical damage constitutive model for softening behavior of rocks[J]. **Engineering Geology**, 2012, s 143-144: 1-17.
- [8] BARDET J P. Orientation of shear bands in frictional soils[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2016, 117(7): 1466-1485.
- [9] PAPON A, LIU X, MUHLHAUS H, et al. Orientation of shear bands for a rigid plastic frictional material in simple shear[J]. **Philosophical Magazine**, 2012, 92(28-30): 3564-3588.
- [10] 王金安, 王煜曦, 曹秋菊. 断裂岩石双翼表面细观接触特征与剪切强度关系[J]. **岩石力学与工程学报**, 2015, 34(8): 1522-1531.
WANG Jin-an, WANG Yu-xi, CAO Qiu-jü. Relationship between micro-contact characteristics of two rough surfaces and shear strength of fractured rocks[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2015, 34(8): 1522-1531.
- [11] 谢和平, 高峰, 周宏伟, 等. 岩石断裂和破碎的分形研究[J]. **防灾减灾工程学报**, 2003, 23(4): 1-9.
XIE He-ping, GAO Feng, ZHOU Hong-wei, et al. Fractal fracture and fragmentation in rocks[J]. **Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering**, 2003, 23(4): 1-9.
- [12] 易顺民, 赵文谦, 蔡善武. 岩石脆性破裂断口的分形特征[J]. **长春科技大学学报**, 1999, 29(1): 37-41.
YI Shun-min, ZHAO Wen-qian, CAI Shan-wu. Fractal characteristics of brittle fracture appearance in rocks[J].

Journal of Changchun University of Science and Technology, 1999, 29(1): 37-41.

- [13] 陈翔, 李尤嘉, 黄醒春, 等. 基于 GIS 三维统计的膏溶角砾岩断面几何特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(增刊 2): 3541-3546.

CHEN Xiang, LI You-jia, HUANG Xing-chun, et al. Study on geometrical properties of fracture appearance in gypsum breccia base on 3D GIS statistic[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2008, 27(Suppl.2): 3541-3546.

- [14] 宋朝阳, 纪洪广, 刘志强, 等. 饱和水弱胶结砂岩剪切断裂面形貌特征及破坏机理[J]. 煤炭学报, 2018, 43(9): 2444-2451.

SONG Zhao-yang, JI Hong-guang, LIU Zhi-qiang, et al. Morphology and failure mechanism of the shear fracture surface of weakly cemented sandstone with water saturation[J]. **Journal of China Coal Society**, 2018, 43(9): 2444-2451.

- [15] TANG Z C, WONG L N Y. New criterion for evaluating the peak shear strength of rock joints under different contact states[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2016, 49(4): 1191-1199.

- [16] KLING T, VOGLER D, PASTEWKA L, et al. Numerical simulations and validation of contact mechanics in a granodiorite fracture[J]. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, 2018, 51(9): 2805-2824.

- [17] 严成增, 孙冠华, 郑宏, 等. 三维 FEM/DEM 中摩擦力的实施及验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(6):

1248-1256.

YAN Cheng-zeng, SUN Guan-hua, ZHENG Hong, et al. Implementation and verification of friction in 3D FEM/DEM[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(6): 1248-1256.

- [18] CHEN J, MATUTTIS H G. Study of quasi two dimensional granular heaps[J]. **Theoretical and Applied Mechanics Japan**, 2012, 60(1): 225-238.

- [19] FENG Y T, HAN K, OWEN D R J. Energy-conserving contact interaction models for arbitrarily shaped discrete elements[J]. **Comput. Methods Appl. Mech. Eng.** 2012, 205-208: 169-177.

- [20] CUNDALL P A. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. **Geotechnique**, 2008, 29(30): 331-336.

- [21] BATHE K J, WILSON E L. Numerical methods in finite element analysis[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1976.

- [22] CUNDALL P A, HART R D. Numerical modeling of discontinua[J]. **Analysis & Design Methods**, 1993, 9(2): 231-243.

- [23] PARK J W, SONG J J. Numerical simulation of a direct shear test on a rock joint using a bonded-particle model[J]. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, 2009, 46(8): 1315-1328.

- [24] FATHI A, MORADIAN Z, RIVARD P, et al. Geometric effect of asperities on shear mechanism of rock joints[J]. **Rock Mechanics & Rock Engineering**, 2016, 49(3): 801-820.

上接第 988 页

- [16] VANAPALLI S K, FREDLUND D G, PUFAHL D E, et al. Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1996, 33(3): 379-392.

- [17] 黄琨, 万军伟, 陈刚, 等. 非饱和土的抗剪强度与含水率关系的试验研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(9): 2600-2604.
HUANG Kun, WAN Jun-wei, CHEN Gang, et al. Testing study of relationship between water content and shear strength of unsaturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(9): 2600-2604.

- [18] 詹良通, 李鹤, 陈云敏, 等. 东南沿海残积土地区降雨

诱发型滑坡预报雨强-历时曲线的影响因素分析[J]. 岩土力学, 2012, 33(3): 872-880.

ZHAN Liang-tong, LI He, CHEN Yun-min, et al. Parametric analyses of intensity-duration curve for predicting rainfall-induced landslides in residual soil slope in Southeastern coastal areas of China[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(3): 872-880.

- [19] GUZZETTI F, PERUCCACCI S, ROSSI M, et al. Rainfall thresholds for the initiation of landslides in central and southern Europe[J]. **Meteorology & Atmospheric Physics**, 2007, 98(3-4): 239-267.